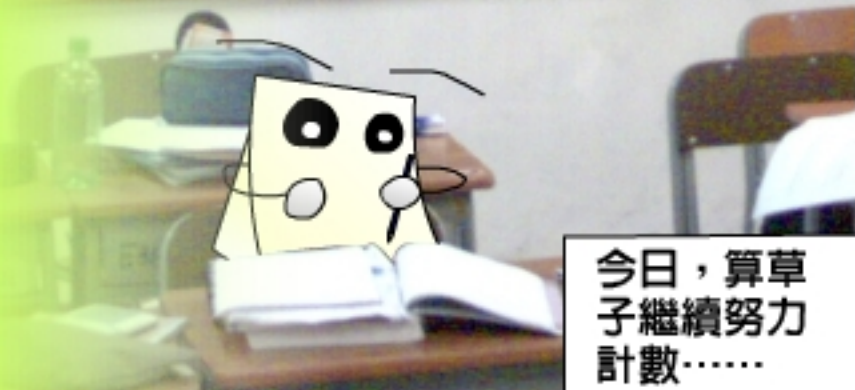


算草子 的 數學世界

數學學會
負責老師：蕭國亮老師
編輯：6A 葉子健
記者：6A 冼沛欣
美指：6A 黃婉薇
資料搜集：
6A 郭敏儀 羅燕玲



今日，算草子繼續努力計數……

突然……



威水哥

哈哈哈哈哈~！
我是威水哥~！
聽說你的數學好勁，今日我要挑戰你，來快回答我出的算術題吧~！十秒鐘的時間不多呀~！

不得使用計算機~！



這個時候就要用計數機了~！
唔~唔~！是五十五！對嗎？

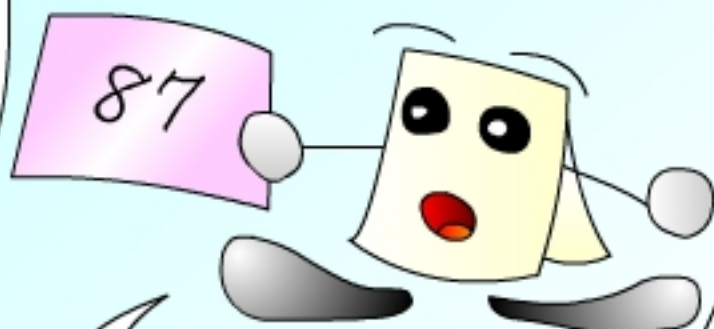
算了吧~！我再
出一題吧~！

$$1+2+3+4+5$$
$$+7+8+9+16$$
$$+32=?$$

請在十秒內計算
答案，並不得使用
計算機……



為什麼你
會這麼快
的？



是八十七~！
我沒有用計算機
呢！



高斯 Carl Friedrich Gauss
1777-1855

其實在你第一題的算術題，數學家高斯在小學時也遇上，故事是這樣的……



高斯上小學的時候，教他們數學的老師叫布德勒。有一天，布德勒要求全班同學計算一題算術題，題目是這樣的：

$$1+2+3+4+\dots+98+99+100=?$$

高斯卻很快道出正確答案五千五十~！到底他是如何計算出來的呢？下面是他的計算方法：

$$\begin{aligned} &1+2+3+4+\dots+98+99+100 \\ &=(1+100)+(2+99)+\dots+(50+51) \\ &=101 \times 50 \\ &=5050 \end{aligned}$$

之後我們得出一條公式：

$$1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

但是在第二題卻是另一種的題目……



題目中：

$$1+2+3+4+5+7+8+9+16+32=?$$

可以寫成

$$(1+3+5+7+9)+(2+4+8+16+32)$$

原來前者是一等差級數與等比級數。等差級數是等差序列之和，而等差序列是各連續項之間有一個公差的序列。等差序列的例如：

1,3,5,7,9 (首項為1,公差為2,項數為5)

等比級數是等比序列之和，而等比序列是各連續項之間有一個公比的序列。

例如：

2,4,8,16 (首項為2,公比為2,項數為4)

由於這個關係，我們得出差序列之和與等比序列之和的公式：

$$\frac{\text{項數}}{2} [2 \times \text{首項} + (\text{項數}-1) \times \text{公差}] \quad \frac{\text{首項} \times (1 - \text{公比}^{\text{項數}})}{1 - \text{公比}}$$

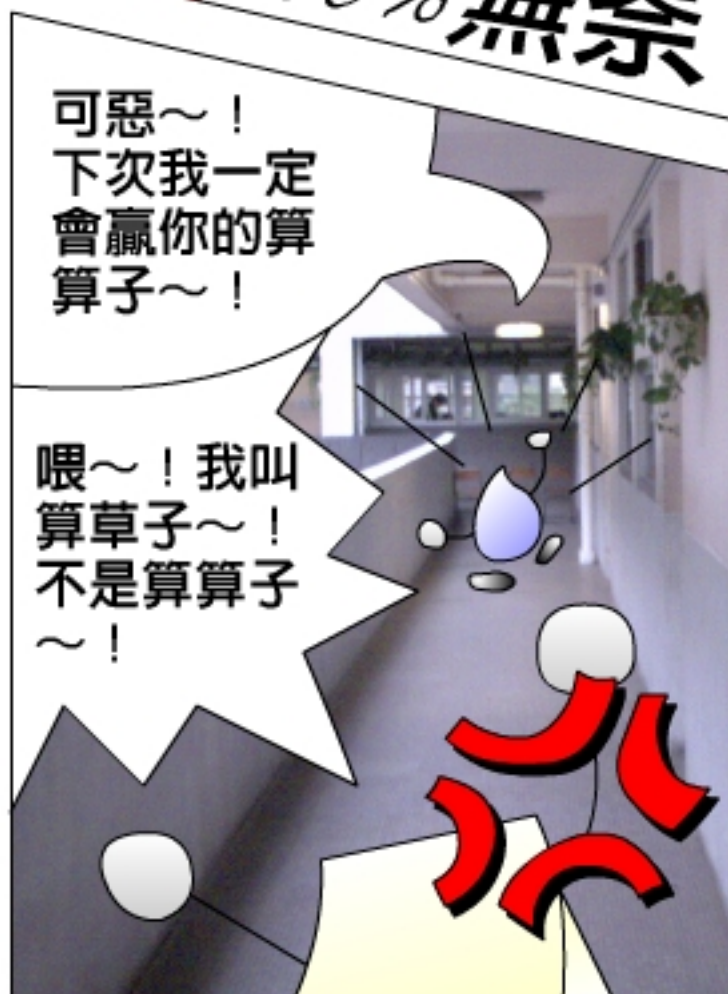
*由於版面有限，詳情不在這兒討論，如果同學有不明白的地方，可以請教數學科的老師。



100% 無奈

可惡~！下次我一定會贏你的算草子~！

喂~！我叫算草子~！不是算算子~！



算草子 的 數學遊戲

如下，是一個乘數表，如果要把所有積加上起來，答案又是如何呢？

提示：

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

數學 金句

few, but ripe

—Carl Friedrich Gauss

寧可少些，但要好些。

—高斯

等比序列之和



在很久以前，有一個玩國際象棋的高手，而且常常和國皇下棋，每次都取勝，國皇也很欣賞他的棋藝。

有一次，高手又和國皇下棋，並取勝。國皇決定給高手獎賞，就問高手想要甚麼。而高手說要金幣，國皇就問他要多少個，高手想了一想……



他指著棋盤說：「我要第一格放下一個金幣，在第二格放下二個，第三格就四個，第四格就八個……如此類推，放在棋盤上所有的金幣都歸我～！」國皇想也不想就答應了～！

如果根據高手所說，則是一等比序列之和，利用之前的公式：

$$\frac{1(1-2^{64})}{1-2} \approx 1.84 \times 10^{19} \quad \text{結果是一個天文數字}$$



國皇要是給他金幣，國皇必定破產了～！v.v''''''

算草子 的 數學漫畫

剛才提到等差序列和等比序列，但下面有一個序列：

1, 2, 3, 4, 5

$$5-4=4-3=3-2=2-1=1$$

可見是一個等差序列。

當中

5是1的倍數，
4是1的倍數，
3是1的倍數，
2是1的倍數。

可見是一個等比序列！？

當然是錯的！

因為

$$5/4 \text{ 不等於 } 4/3, 3/2, 2/1$$

它們沒有一個相同的等比，所以不為一個等比序列～！

但是……

有沒有一個序列

是一個**等差序列**，

也是一個**等比序列**呢？

如果**有**，那序列又是如何呢？

如果**沒有**，又是甚麼原因呢？



姓名：高斯

**〔Carl Friedrich Gauss〕
(1777~1855)**

專長：數學、物理和天文

國籍：德國

貢獻：是近代數學奠基者之一

- 1) 發現正十七邊形的尺規作圖法，給出可用尺規作出的正多邊形的條件，解決了歐幾里得的問題。
- 2) 發明了最小二乘法原理
- 3) 發展了複數的概念，並用以建立代數基本定理
- 4) 建立並發現了著名的「柯西積分定理」

生平事跡：

高斯幼年時就表現出超人的數學天才，爲人所熟知的是他在小學時便懂得等差級數（Arithmetic Series）的計算方法，令他的老師也大爲震驚。1795年進入哥廷根大學（Universitat Gottingen）學習。第二年他發現正十七邊形的尺規作圖法，並給出可用尺規作出的正多邊形的條件，解決了歐幾里得以來懸而未決的問題。1798年轉入黑爾姆施泰特大學，1799年獲博士學位。他從1807年開始擔任哥廷根大學的教授和哥廷根大學天文台（Universtats Sternwarte Gottingen）台長，並受命於政府對漢諾威王國進行三角測量。

他也被公認爲有史以來最多產和影響深遠的數學家之一，有「數學王子」之稱。由於高斯的對數學的貢獻很大，所以有不少記念他的物品，最爲人所知的是德國的十馬克紙幣以印有高斯的肖像，此外還有郵票和以他的名字命名的獎項「高斯獎」（Gauss Prize）等。

資料來源：

<http://www.mikekong.net/Maths/Mathematicians/Gauss.html>

2025 : 高斯